LA CONJETURA DE POINCARÉ

Darío Valencia Restrepo

Durante el congreso internacional de matemáticas celebrado en París en 1900, el gran matemático alemán David Hilbert presentó una lista de 23 problemas pendientes de solución y cuya importancia debería ocupar a buena parte de los investigadores en el siglo que se iniciaba. Muchos de esos problemas han sido ya resueltos y entre los que permanecen abiertos se encuentra uno que exige demostrar la llamada hipótesis de Riemann, una proposición relacionada con los números primos de la aritmética. Algunos consideran que esta hipótesis es en la actualidad el principal problema no resuelto en la matemática.

Cien años después, también en París y en claro homenaje a la anterior propuesta de Hilbert, en el llamado Encuentro del Milenio se presentaron siete problemas que de tiempo atrás han resistido todo intento de solución, entre los cuales se encontraba el antes mencionado de Riemann. Fueron seleccionados por el Instituto Clay de Matemáticas, de los Estados Unidos, y la solución de cada uno de ellos fue dotada con un millón de dólares de premio gracias a la generosidad del millonario Landon Clay.

Otro de los siete problemas enunciados por el instituto mencionado se conoce como la Conjetura de Poincaré pues en su forma original fue planteada en 1904 por el distinguido matemático francés, astrónomo y filósofo de la ciencia Henri Poincaré. Tiene que ver con un aspecto central de la topología, una de las ramas más abstractas de la matemática cuyos resultados la relacionan con casi todas las restantes ramas de la matemática y con áreas aparentemente tan lejanas como el diseño de dispositivos mecánicos, los mapas y las redes de distribución.

La topología se desprende de la geometría y se ocupa de figuras u objetos sin que para nada importe, aunque suene sorprendente, la forma o la extensión de los mismos. Se ocupa más bien de aquellas propiedades de los objetos que permanecen inalteradas cuando ellos se estiran, se comprimen o se doblan, siempre que estas deformaciones no impliquen que los objetos se rompan o rasguen.

Así, por ejemplo, mediante moldeado es posible convertir una esfera de plastilina en un cubo y entonces se dice que ambas figuras son equivalentes desde el punto de vista topológico. Pero ningún moldeado que respete lo dicho en el párrafo precedente puede convertir esa misma esfera en una rosquilla, ya que para ello sería necesario abrir un agujero en la masa de plastilina.

Una importante propiedad topológica es la denominada conectividad simple. Si se extiende una capa de plastilina sobre la superficie de una esfera, es posible después reducir dicha capa mediante cuidadosa manipulación a prácticamente un punto, sin que en la operación de reducción la plastilina sea rasgada o abandone la superficie esférica. Es imposible hacer lo mismo con una capa de plastilina que se encuentre adherida a una rosquilla, pues con imaginación puede verse que sería necesario rasgar la capa. En el primer caso se goza de la conectividad simple, en el segundo, no.

La indicada conectividad simple, en cierto sentido el no tener agujeros, es una fuerte característica de la superficie esférica que nos es familiar en el espacio de tres dimensiones, y de todas las figuras de ese espacio que son equivalentes a ella desde el punto de vista topológico. Esa propiedad de la esfera ordinaria fue analizada por Poincaré hace más de un siglo, y de allí le surgió la inquietud de si dicha propiedad, que ayuda a clasificar los objetos del mundo, podía extenderse al caso de cuatro dimensiones. Esa es la conjetura original planteada por Poincaré.

La “superficie esférica” en un espacio de cuatro dimensiones es una generalización del caso común en el espacio de tres dimensiones si se preserva la idea de que hacen parte de la nueva superficie los puntos que están a igual distancia de un punto que se considera centro de la esfera. La distancia en un espacio de más de tres dimensiones viene dada por una extensión de la conocida fórmula para la distancia entre dos puntos cualesquiera en un espacio de tres dimensiones.

Con posterioridad, la conjetura de Poincaré se amplió a la pregunta por la conectividad simple en el caso de superficies esféricas en espacios de cinco, seis y en general n dimensiones. Durante la segunda mitad del pasado siglo se demostró que la conjetura era cierta para cinco o más dimensiones pero no se encontró la prueba para exactamente el espacio de cuatro dimensiones, o sea, tal como había sido planteado originalmente por Poincaré.

En el mes de abril de 2003, el matemático ruso Grigori Perelman, perteneciente a un instituto de matemáticas que hace parte de la Academia Rusa de Ciencias de San Petersburgo, presentó una serie de conferencias en el Instituto Tecnológico de Massachusetts sobre resultados publicados por él en meses anteriores. Allí se probaba un profundo teorema del cual se desprende en forma inmediata la prueba de la conjetura de Poincaré. La demostración ha sido calificada por los conocedores como sólida y hasta el momento ha resistido las revisiones especializadas que son necesarias en casos como éste. Pero lo cierto del asunto es que Perelman no ha recibido el correspondiente premio del Instituto Clay.

Ahora se acaba de anunciar por parte del periódico oficial chino Diario del Pueblo que los matemáticos Zhu Xiping y Cao Huaidong resolvieron la conjetura de Poincaré, en tanto que el trabajo de ellos apareció en la edición de junio de la Revista Asiática de Matemáticas, publicada en Estados Unidos. Por supuesto que esta nueva demostración también tendrá que someterse a las revisiones de que antes se habló y, en particular, se tendrá que analizar sus relaciones con la prueba de Perelman. Según informa la prensa, la Academia China de Ciencias dijo que el ruso “estableció las líneas generales para probar la conjetura, pero no dijo específicamente cómo resolver el enigma.” Parece entonces que el Instituto Clay de Matemáticas tendrá doble trabajo.

Periódico El Mundo, Suplemento Palabra & Obra
Medellín, Colombia, 9 de junio de 2006.